

Yarışma
No: 5

QWERTY klavyesi olmayan her türlü hesap makinesi kullanılabilir. Cevaplar tam olmalı veya en az 4 anlamlı basamağa doğru yuvarlanmalıdır.

12 Şubat
2019

Adı Soyadı: _____ Öğretmen: _____ Sınıf: _____ Puan: _____

Süre Sınırı: 30 dakika

GELECEK YARIŞMA: 19 MART 2019

Cevap Sütunu

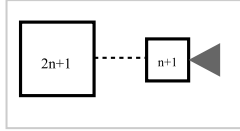
5-1. N 3 basamaklı bir tam sayıdır. N 'nin basamaklarının ters çevrilmesiyle elde edilen sayı M olduğuna göre, $N - M$ farkının alabileceği en büyük değer kaçtır?
[Not: Başında 1 veya daha fazla sıfır bulunan tam sayılar, baştaki sıfırlar kaldırılarak da yazılabilir.]

5-1.

5-2. a ve b çarpımları 5 olan tam sayılarsa, a^b ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

5-2.

5-3. AI 'ın çift kanatlı uçağı, kare şeklinde iki farklı reklam panosu taşıyabilmektedir. Her iki panonun da kenar uzunlukları tam sayıdır. Panoların alanları $n + 1$ ve $2n + 1$ 'dir. Her iki panonun alanının da bir tam sayının karesi olmasını sağlayan en küçük pozitif n tam sayısı kaçtır?



5-3.

5-4. 100 kişilik bir grupta herkes ya bir Borg ya da bir Corg'dur. Her Borg'un 2 Corg arkadaşı vardır ve hiçbir Corg'un 1'den fazla Borg arkadaşı yoktur. Tam olarak 13 Corg'un hiç Borg arkadaşı yoksa, bu grupta kaç Corg vardır?

5-4.

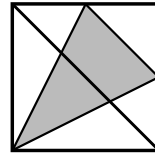
5-5. $2019!$ ilk 2019 pozitif tam sayının çarpımı olmak üzere; $x = 2019!$ değerinin, $x > 0$ için

$$\frac{1}{\log_4 x} + \frac{1}{\log_9 x} + \frac{1}{\log_{16} x} + \dots + \frac{1}{\log_{(2019^2)} x} = k$$

eşitliğini sağlayan tek pozitif x değeri olmasını sağlayan pozitif k tam sayısı kaçtır?

5-5.

5-6. Bir karenin iki kenarının orta noktaları, şekilde gösterilen taralı üçgenin köşeleridir. Şekildeki karenin köşegeninin çizilmesi bu üçgeni biri yamuk olan iki parçaya ayırır. Karenin alanı 192 ise, bu yamuğun alanı kaçtır?



5-6.

Yarışma # 5 — Cevaplar & Çözümler

12/02/2019

Problem 5-1

Cevap: 891

N sayısının yüzler basamağını 9 ve birler basamağını 0 yapmak, onlar basamağındaki rakam ne olursa olsun farkı maksimum kılacaktır.

Buradan: $N - M = 9\overline{0} - 0\overline{9} = 891$ elde edilir.

Problem 5-2

Cevap: -1

$ab = 5$ olduğundan ve a ile b tam sayı olduğundan, (a, b) sıralı ikilisi $(1, 5)$, $(5, 1)$, $(-1, -5)$ veya $(-5, -1)$ ikililerinden biri olmak zorundadır.

a^b ifadesinin alabileceği en küçük değer ise $(-1)^{-5} = -1$ olur.

Problem 5-3

Cevap: 24

Deneme yanılma yöntemiyle, $n + 1$ ifadesinin bir pozitif tam kare olduğu n tam sayılarını bulmak için pozitif tam karelerden 1 çıkaralım:

- $n = 1$ denersek: $1 - 1 = 0$ pozitif bir tam sayı değildir.
 - $n = 4$ denersek: $4 - 1 = 3$ olur ancak $2(3) + 1 = 7$ bir tam kare değildir.
 - Sırasıyla 9 ve 16 denenip başarısız olunduktan sonra 25 alındığında; $25 - 1 = 24$ elde edilir ve $2(24) + 1 = 49$ tam karedir.
- Böylece hem $n + 1$ hem de $2n + 1$ tam kare olmasını sağlayan değer $n = 24$ olur.

Problem 5-4

Cevap: 71

B Borg sayısı ve C Corg sayısı olsun. Her Borg'un 2 Corg arkadaşı olduğu ve hiç Borg arkadaşı olmayan 13 Corg bulunduğu için toplam Corg sayısı $C = 2B + 13$ şeklinde ifade edilir.

Toplam gruptaki kişi sayısı: $B + (2B + 13) = 100 \Rightarrow 3B = 87 \Rightarrow B = 29$ bulunur.

Corg sayısı ise $C = 2(29) + 13 = 71$ olarak elde edilir.

Problem 5-5

Cevap: 2

$a > 1$ ve $b > 1$ şartlarında $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ özdeşliği geçerlidir.

Denklemin şu biçimde yazabiliriz: $\log_x 4 + \log_x 9 + \log_x 16 + \dots + \log_x (2019^2) = k$

Logaritma kuralları gereği: $\log_x (2^2 \times 3^2 \times 4^2 \times \dots \times 2019^2) = k$

Buradan: $x^k = (2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 2019)^2 = (2019!)^2$ elde edilir.

$x^k = (2019!)^2$ denkleminde $x = 2019!$ olduğu verildiğine göre $k = 2$ olmalıdır.

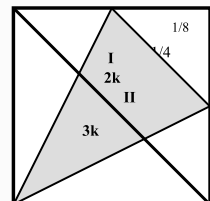
Problem 5-6

Cevap: 40

I. Yöntem: Karenin kenarı $8\sqrt{3}$, köşegeni $d = 8\sqrt{6}$ olur. Yamuğun yüksekliği $\frac{d}{4}$, uzun tabanı $\frac{d}{2}$ 'dir. Taralı

Δ 'nın kenarları köşegeni 3 eşit parçaya böler, bu nedenle kısa taban $\frac{d}{6}$ 'dir.

Yamuğun alanı $= \frac{h}{2}(b_1 + b_2) = \frac{d}{8} \left(\frac{d}{2} + \frac{d}{6} \right) = \frac{5d^2}{48} = 40$ bulunur.



II. Yöntem: Taralı üçgenin iki köşesi kenar orta noktaları olduğundan, taranmamış küçük bölge karenin $1/8$ 'i, diğer iki taranmamış bölge $1/4$ 'erlik parçalarıdır.

Taralı üçgenin alanı $= (3/8) \times 192 = 72$ 'dir.

AI ile AII benzerdir (benzerlik oranı 1:2). Küçük taralı üçgen ile büyük taralı üçgen benzerdir ve benzerlik

